以下は, 点 v が点 w の先祖であるための必要十分条件である.

(必十条件 1)　　$pre\_no(v) \leqq pre\_no(w) \leqq pre\_no(v) + des(v) - 1$

(必十条件 2)　　$pos\_no(v) \geqq pre\_no(w) \geqq pre\_no(v) - des(v) + 1$

[条件 1 の証明]

＜必要性＞

深さ優先探索の性質より, 点 v の子孫は全て点 v の探索後に探索されるから, 点 v が点 w の先祖であれば, 行きがけ順の番号 $pre\_no(v)$ に対して

$$pre\_no(v) \leqq pre\_no(w)$$

が成り立つ. また, 点 v の子孫には $pre\_no(v)$ に続く番号が割り当てられるから, 点 w の行きがけ順の番号 $pre\_no(w)$ は, $pre\_no(v) + des(v) - 1$ を越えることはない. 従って, 点 v が点 w の先祖であれば,

$$pre\_no(v) \leqq pre\_no(w) \leqq pre\_no(v) + des(v) - 1$$

が成り立つ.

＜十分性＞

深さ優先探索の性質より, 行きがけ順の番号 $pre\_no(v)$ に対して

$$pre\_no(v) \leqq pre\_no(w)$$

が成り立つと, 点 w は点 v の探索後に探索されていることが分かる. また, 点 v の子孫には $pre\_no(v)$ に続く番号が割り当てられるから,

$$pre\_no(w) \leqq pre\_no(v) + des(v) - 1$$

であれば, 点 w は点 v の子孫であることが分かる. 従って, 点 v は点 w の先祖である.

（証明終わり）

[条件 2 の証明]

条件 1 の証明と同様であるので, 省略する.