電子計測　第11回目　講義資料

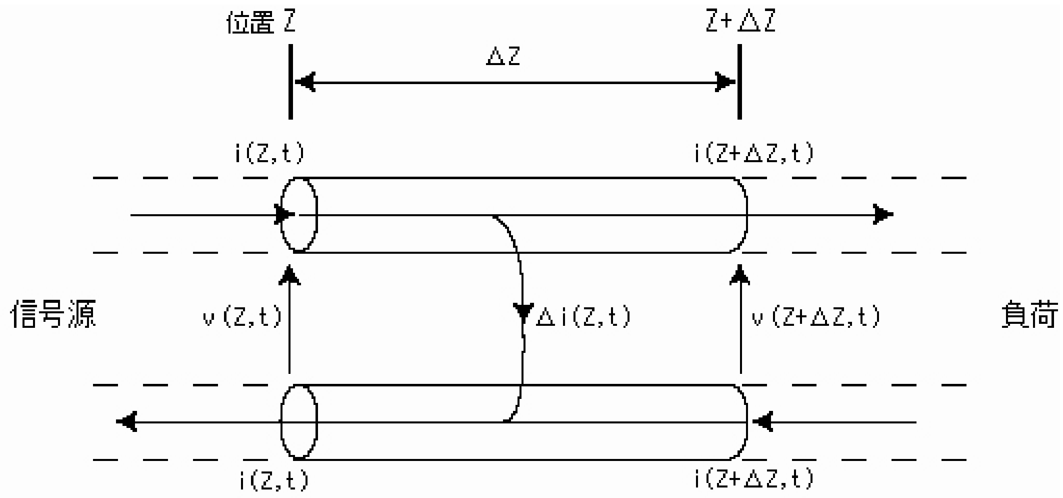
杉本　泰博

分布定数回路

同軸ケーブル55/Uの 減衰量

周波数	1MHz	10M	30M	100M	200M	2GHz
減衰量 (dB/km)	12	41	72	140	195	750

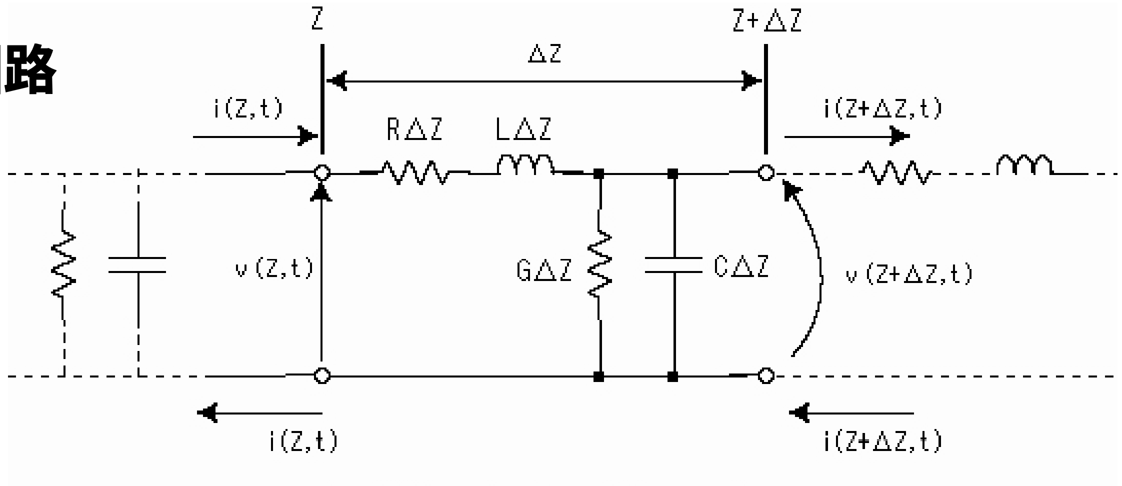
値段の高そうなケーブルでも、高周波信号になると減衰が激しい、という例。



平行２線の電圧・電流

伝送線方程式

等価回路



伝送線ΔZ部分の等価回路

$$v(z,t) - R\Delta z \cdot i(z,t) - L\Delta z \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} - v(z+\Delta z,t) = 0$$

$$-\frac{v(z+\Delta z,t) - v(z,t)}{\Delta z} = R \cdot i(z,t) + L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

$$\Delta z \to 0 \qquad \underline{-\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = R \cdot i(z,t) + L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}}$$

$$i(z,t) - G\Delta z \cdot v(z+\Delta z,t) - C\Delta z \frac{\partial v(z+\Delta z,t)}{\partial t} - i(z+\Delta z,t) = 0$$

$$-\frac{i(z+\Delta z,t) - i(z,t)}{\Delta z} = Gv(z+\Delta z,t) + C\frac{\partial v(z+\Delta z,t)}{\partial t}$$

$$\Delta z \to 0 \qquad \underline{-\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = Gv(z,t) + C\frac{\partial v(z,t)}{\partial t}}$$

伝送線方程式

伝送線方程式 (単一正弦波の場合)

単一正弦波の場合、

$v(z,t) = V(z)e^{j\omega t}, \quad i(z,t) = I(z)e^{j\omega t}$ と置ける。
但し$V(z), I(z)$は z のみの関数で一般には複素数である。

$$-\frac{dV(z)}{dz} = (R + j\omega L)I(z) = Z_S I(z) \qquad -\frac{dI(z)}{dz} = (G + j\omega C)V(z) = Y_P V(z)$$ **を得る。更に、**

$$-\frac{d^2V(z)}{dz^2} = Z_S \frac{dI(z)}{dz} = -Z_S Y_P V(z)$$

$$\frac{d^2V(z)}{dz^2} = Z_S Y_P V(z) = \gamma^2 V(z)$$ **同様に、** $$\frac{d^2I(z)}{dz^2} = \gamma^2 I(z)$$

ここで、 $\gamma = \sqrt{Z_S Y_P} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad [m^{-1}]$

γ：伝播定数
α：減衰定数$[m^{-1}]$
β：位相定数$[rad/m]$

上式の解は、

$$V(z) = V_1 e^{-\gamma z} + V_2 e^{\gamma z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_C}\left(V_1 e^{-\gamma z} - V_2 e^{\gamma z}\right)$$

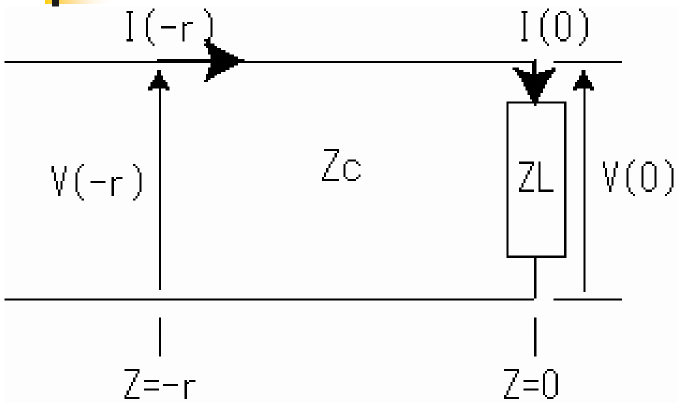
これは場所により電圧、電流の値が変わる、という事。

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z_S}{Y_P}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$ **を線路の特性インピーダンスという。**

練習問題11．1

　無損失線路 (R=0, G=0)の場合、伝播定数 (γ) 、減衰定数 (α) 、位相定数 (β) はどのように表されるか、また特性インピーダンス (Zc) は純抵抗で、波の進む速さ (位相速度) vp＝ω/βは一定である事を示しなさい。

練習問題11．2 (反射係数)



無損失線路で考える。－＞α＝0

$$V(z) = V_1 e^{-j\beta z} + V_2 e^{j\beta z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_C}\left(V_1 e^{-j\beta z} - V_2 e^{j\beta z}\right)$$

各式の第1項は、＋z方向に、
第2項は、－z方向に、進行する波を表すことを示しなさい。

$V_i = V_1 e^{-j\beta z}$ **が＋z方向に進行する事を示すと良い。**

$\Gamma = \dfrac{V_2}{V_1}$で反射係数を定義する。

$z = 0$で、$Z_L = \dfrac{V(0)}{I(0)} = \dfrac{V_1 + V_2}{\frac{1}{Z_C}(V_1 - V_2)} = Z_C \dfrac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$ より、 $\Gamma = \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} = \dfrac{\overline{Z_L} - 1}{\overline{Z_L} + 1}$

但し$\overline{Z_L} = \dfrac{Z_L}{Z_C}$ 規格化インピーダンスと呼ぶ

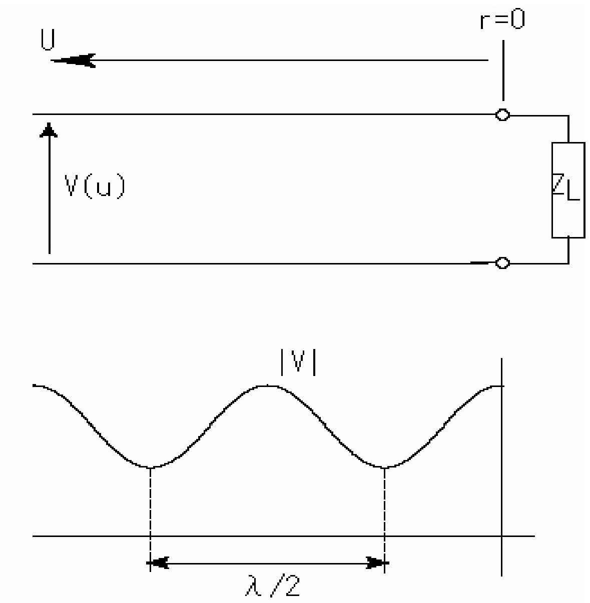
任意の点で負荷側を見たインピーダンス

任意の点 $z=-r$ で負荷側を見たインピーダンスは、

$$Z_{-r}=\frac{V(-r)}{I(-r)}=\frac{V_1e^{j\beta r}+V_2e^{-j\beta r}}{\frac{1}{Z_C}\left(V_1e^{j\beta r}-V_2e^{-j\beta r}\right)}=Z_C\frac{1+\frac{V_2}{V_1}e^{-2j\beta r}}{1-\frac{V_2}{V_1}e^{-2j\beta r}}=Z_C\frac{1+\Gamma e^{-2j\beta r}}{1-\Gamma e^{-2j\beta r}}$$

$$\Gamma_{(-r)}=\frac{Z_C\frac{1+\Gamma e^{-2j\beta r}}{1-\Gamma e^{-2j\beta r}}-Z_C}{Z_C\frac{1+\Gamma e^{-2j\beta r}}{1-\Gamma e^{-2j\beta r}}+Z_C}=\Gamma e^{-2j\beta r}$$

定在波



$$\mathrm{VSWR} = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \rho = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

r=0での反射係数を

$\Gamma = |\Gamma| e^{j\theta_L}$とする。$\theta_L$は$V^-$と$V^+$の位相差である。

$$V(U) = V_1 e^{-j\beta U} + V_2 e^{j\beta U} = V_1 e^{-j\beta U} + \Gamma V_1 e^{j\beta U}$$
$$= V_1 e^{j\beta U}\left(\Gamma + e^{-2j\beta U}\right)$$

$$|V(U)| = |V_1| \left| |\Gamma| + e^{-j(2\beta U + \theta_L)} \right| \qquad \Gamma = |\Gamma| e^{j\theta_L}$$
$$= |V_1| \sqrt{\left\{|\Gamma| + \cos(2\beta U + \theta_L)\right\}^2 + \sin^2(2\beta U + \theta_L)}$$
$$= |V_1| \sqrt{|\Gamma|^2 + 1 + 2|\Gamma| \cos(2\beta U + \theta_L)}$$

この値は、$\cos() = -1$、つまり$\theta_L + 2\beta U = (2n+1)\pi$の時最小となる。

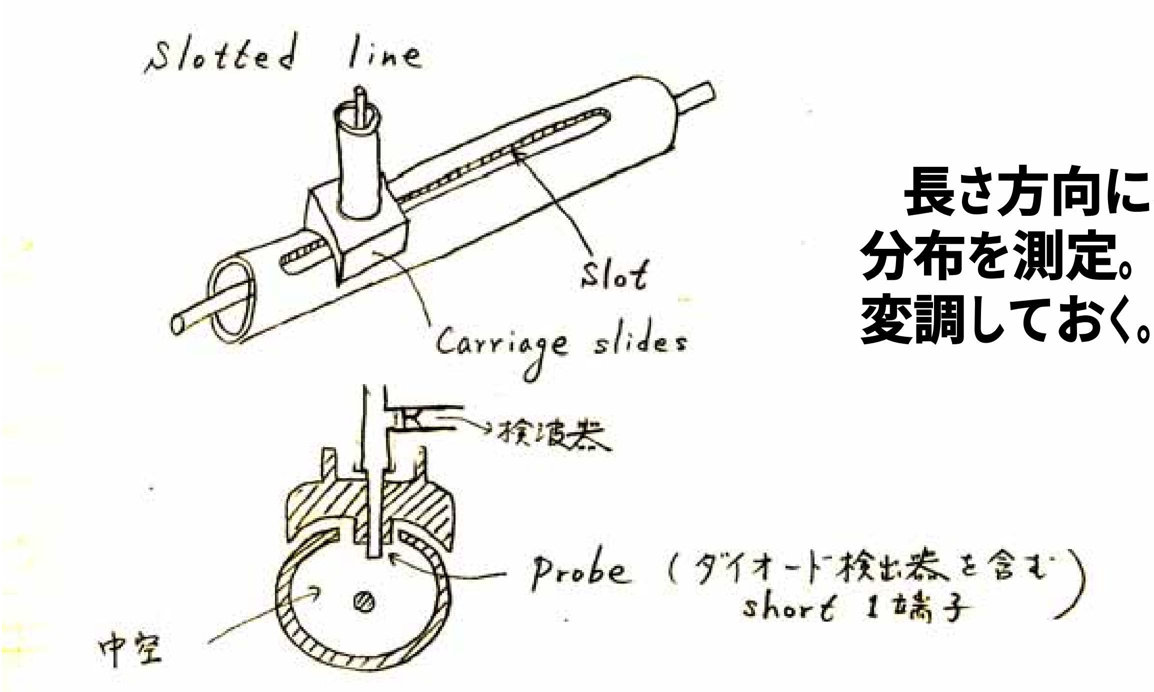
$$\beta U + \frac{\theta_L}{2} = n\pi + \frac{\pi}{2} \qquad \beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\frac{2\pi U}{\lambda} = n\pi + \frac{\pi - \theta_L}{2} \qquad n = 0,1,2,....$$

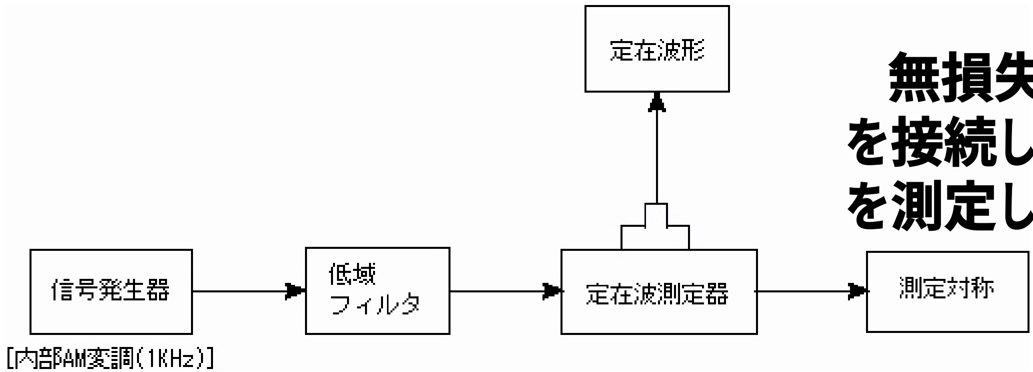
$n = 0$であれば、$\dfrac{2\pi U}{\lambda} = \dfrac{\pi - \theta_L}{2}$

ここでUは、終端と｜V｜が最小となる点間の距離。

定在波測定



長さ方向に移動して電圧定在波の分布を測定。高周波信号を低周波で変調しておく。



無損失伝送回路の終端に被測定物を接続し、伝送回路上の定在波の分布を測定してインピーダンスを求める。